ALDAGAI ERREALEKO FUNTZIO ERREALAK (19/20 – 20/21)

(Definizio-eremuak, limiteak, jarraitutasuna, deribatuak eta diferentziala. Gradientea. Funtzio konposatuak)

1.- $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2+2y}{x+y} & \forall(x,y)/x\neq 0 \\ 1 & \forall(x,y)/x=0 \end{cases}$ funtzioa emanik, kalkulatu bere limite direkzionala (0,0) puntuan $x=0$ zuzenean zehar.

2.- Aztertu $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{\sin\left(x^2+y^2\right)}{x^2+y^2} & \forall(x,y)\neq(0,0) \\ 2 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$ funtzioaren jarraitutasuna (0,0) puntuan.

3.- $f(x,y)=\begin{cases} 2x+y & \forall(x,y)/x\neq y \\ 3x & \forall(x,y)/x=y \end{cases}$ funtzioa emanik, kalkulatu $f'_x(1,1)$.

4.- $f(x,y)=\begin{cases} \tan\left(\dfrac{xy^2}{x^2+y^2}\right) & \forall(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$ funtzioa emanik, aztertu bere diferentziagarritasuna (0,0) puntuan.

5.- Izan bedi $f=f(x,y)$ funtzio diferentziagarria, non $f'_x(1,1)=1$ eta $f'_y(1,1)=-1$. Kalkulatu funtzioaren aldakuntzaren abiadura $(1,1)$ puntuan $\vec{u}=(2,1)$ bektorearen norabidean.

6.- Izan bedi $w=x^3 f\left(x+\dfrac{y}{z}\right)$, non *w* eta *f* funtzio diferentziagarriak diren, eta $f(2)=1$ eta $f'(2)=2$. Kalkulatu *w* funtzioaren aldakuntza maximoa (1,1,1) puntuan

7.- Aurkitu $f(x,y)=\dfrac{\mathrm{L}\left(\sin x-y\right)}{\sqrt{x(1-x)}}+\sqrt{y-x^2+1}$ funtzioaren definizio eremua analitiko eta grafikoki.

8.- $f(x,y)=\begin{cases} \sin\left(\dfrac{xy^2}{x^2+y^2}\right) & \forall(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$ funtzioa emanda:

a) Funtzioaren jarraitutasuna aztertu jatorrian.

b) Funtzioaren deribatu partzialak jatorrian kalkulatu.

c) Funtzioaren diferentziagarritasuna aztertu jatorrian.

d) Funtzioaren deribatu direkzionala jatorrian kalkulatu, $\vec{u}=(1,1)$ bektorearen norabidean.

9.- Aurkitu analitiko eta grafikoki $f(x,y)=\dfrac{\arcsin x+\arcsin y+\mathrm{L}\left(x^2+y^2-\dfrac{1}{4}\right)}{(x+y)\left(x^2-2xy+y^2\right)}$ funtzioaren definizio-eremua.

10.- <u>Diferentziala erabiliz</u>, kalkulatu $f(1.1,-0.1)$-ren <u>balio hurbildua</u>, $f(x,y)=e^{xy}$ izanik.

11.- $D\subset\mathbb{R}^2$ eremuan definituriko $z=f(x,y)$ funtzioa eta $P\in D$ puntua emanik, hurrengo suposizioetarako adierazi ea baieztapenak egiazkoak (E) ala gezurrezkoak (G) diren.

<u>1. suposizioa</u>: *P* puntuan *f* deribagarria bada, orduan

f diferentziagarria da *P* puntuan	G
f jarraitua da *P* puntuan	G
$\exists f'_x(P)$ eta $\exists f'_y(P)$	E

<u>2. suposizioa</u>: *P* puntuan *f* diferentziagarria bada, orduan

f deribagarria da *P* puntuan	E
f jarraitua da *P* puntuan	E
$\exists f'_x(P)$ eta $\exists f'_y(P)$	E

<u>3. suposizioa</u>: *P* puntuan *f* jarraitua ez bada, orduan

f ez da deribagarria P puntuan.	G
f ez da diferentziagarria *P* puntuan.	E
$\nexists f'_x(P)$ eta $\nexists f'_y(P)$.	G

<u>4. suposizioa</u>: $\exists f'_x(P)$ eta $\exists f'_y(P)$, orduan

f deribagarria da *P* puntuan	G
f jarraitua da *P* puntuan	G
f diferentziagarria da *P* puntuan	G

12.- $f(x,y)=\begin{cases} y+\dfrac{x^2y}{x^2+y^2}\cdot\tan\left(\dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2}\right) & \forall(x,y)\neq(0,0)0 \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$ funtzioa emanik, jatorrian jarraitua dela jakinda, aztertu bere diferentziagarritasuna puntu horretan.

13.- Kalkulatu analitikoki eta grafikoki $f(x,y)=\dfrac{\mathrm{L}\left(x^2+y^2\right)+\left(xy\right)^{-1/2}}{\arccos(x+y)}$ funtzioaren definizio-eremua.

14.- Metalezko plaka bateko puntu bakoitzeko tenperatura $f(x,y)=e^x\cos y+e^y\cos x$ funtzioak ematen du.

a) Adierazi zein noranzkotan ematen den tenperaturaren hazkunderik azkarrena P(0,0) puntutik abiatuz. Zein da tenperaturaren aldakuntzaren abiadura norabide horretan?

b) Adierazi zein noranzkotan ematen den tenperaturaren jaitsierarik azkarrena P(0,0) puntutik abiatuz.